

# Discussion on Instability Criterion of Slope Supported by Anti-sliding Pile-Anchor Supported by Strength Reduction Theory of Lagrangian Finite Difference Method

Hui Zheng Pei Hu

Sichuan Zhong'ao Construction Engineering Testing Co., Ltd., Chengdu, Sichuan, 620032, China

## Abstract

The Lagrangian finite difference method is used to consider the reduction theory of the strength reduction of the supporting structure, and the FLAC 3D software is used to simulate and analyze the stability failure of the slope against the sliding pile-anchor supporting structure. According to the calculation of convergence, characteristic site displacement mutation and plastic zone penetration, the safety coefficient of slope is calculated and compared with the results of simplified Bishop method, Swedish arc method and Spencer method. The calculation results show that the joint characteristic site displacement mutation and plastic zone penetration can be used in the stability analysis of the anti-sliding pile anchorage slope.

## Keywords

anti-skid pile anchor support; slope stability; strength folding and subtraction; instability criterion; safety factor

# 拉格朗日有限差分法的强度折减理论在抗滑移桩锚支护边坡中的失稳判据讨论

郑会 胡培

四川中奥建设工程试验检测有限责任公司, 中国·四川成都 620032

## 摘要

运用拉格朗日有限差分法考虑支护结构强度折减的折减理论, 通过FLAC 3D软件对抗滑移桩锚支护结构的边坡稳定性破坏进行模拟分析。分别依据计算的收敛性、特征部位位移突变性和塑性区贯通等3种失稳判据, 得出算例边坡安全系数, 并与简化Bishop法、瑞典圆弧法以及Spencer法技术结果进行比较分析。计算结果表明, 在抗滑移桩锚支护边坡稳定性分析中可采用联合特征部位位移突变和塑性区贯通作为失稳判据。

## 关键词

抗滑桩锚支护; 边坡稳定性; 强度折减法; 失稳判据; 安全系数

## 1 引言

边坡稳定分析的计算方法是边坡工程设计以及治理的主要内容。与传统通过各种优化方法来搜索危险滑动面的极限平衡法相比, 三维拉格朗日有限差分法的强度折减理论考虑了土体非线性本构关系即考虑土体和加固结构之间的相互作用, 是目前三维边坡稳定分析比较理想的方法。基于其优点, 三维拉格朗日有限差分法的强度折减理论应用越来越广泛。

当前在考虑土体强度参数的折减的边坡失稳判断已形成较统一的失稳判据, 主要有三种: 数值计算的不收敛性、特征部位的突变以及塑性区的贯通。而在分析有支护结构边

坡稳定性中, 考虑支护结构在失稳过程中的影响时, 到目前为止尚未形成统一的认识。

论文基于刘文连等提出的考虑支护结构强度折减的折减方法, 通过大型分析软件FLAC 3D利用强度折减法, 选取典型算例进行计算分析, 分别讨论了三种边坡失稳判据在抗滑移支护结构的边坡中的适用性。

## 2 计算原理

①采用Drucker-Prager方程作为塑性势函数, 使用莫尔-库伦强度准则作为屈服函数的非关联流动准则构建弹塑性本构模型。其表达式为:

$$F(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - K \quad (1)$$

式中,  $\alpha$ 、 $K$ 为与材料性质有关的参数;  $I_1$ 为第一应力

【作者简介】郑会(1986-), 女, 中国四川成都人, 硕士, 工程师, 从事结构及岩土工程研究。

变量;  $J_2$  为第二偏应力不变量,  $\alpha = \frac{\sqrt{3} \sin \phi}{3\sqrt{3 + \sin^2 \phi}}$ ;  $k = \frac{\sqrt{3} \cos \phi \cdot c}{\sqrt{2 \sin^2 \phi}}$ ,  $c$  为内聚力,  $\phi$  为内摩擦角。

②考虑支护结构强度折减的强度折减理论。强度折减法就是将土的抗剪强度参数  $c$  和  $\tan \phi$ , 除以折减系数  $F_s$ , 得到新的强度参数值  $c_F$  和  $\phi_F$ 。考虑支护结构强度折减的强度折减理论是基于传统的只对土体抗剪强度参数  $c$ 、 $\tan \phi$  进行折减的基础上, 增加对支护结构屈服应力  $\sigma_r$  的折减, 使边坡达到极限平衡状态发生整体失稳破坏。表达式如下:

$$c_F = c / F_s \quad (2)$$

$$\phi_F = \tan^{-1}((\tan \phi) / F_s) \quad (3)$$

$$\sigma_F = \sigma / F_s \quad (4)$$

式中,  $c$  为内聚力;  $\phi$  为内摩擦角;  $\sigma$  为锚杆单位的屈服应力;  $F_s$  为折减系数。

### 3 各种失稳判据下抗滑移支护结构边坡的安全系数分析

论文选用中国重庆地区某基坑作为分析对象, 开挖深度  $H=10\text{m}$ , 基本土层参数见表 1, 采用抗滑移桩加两排锚杆支护结构。锚杆直径 150mm, 长 13m, 倾角  $15^\circ$ , 一桩一锚, 施加预应力 100kN。其三维有限元模型如图 1 所示。

表 1 基本土质参数

土层分类	密度 (kN/m <sup>3</sup> )	粘聚力 (kPa)	内摩擦角 (°)	剪切模量 (MPa)	体积模量 (MPa)
粘性土	19.7	23.76	9.75	2.09	5.27
沙质泥岩	24.7	522	26.83	622.05	1144.92

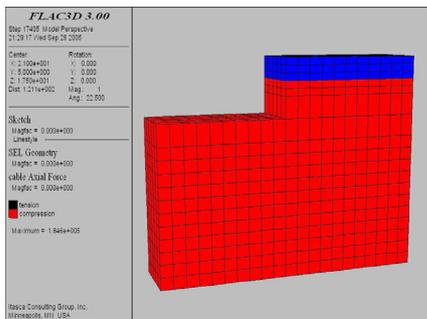


图 1 FLAC 三维有限元模型

为获得不同失稳判据下的强度折减系数  $F_s$ , 采用  $F_s=1.00$  开始  $\Delta F_s=0.01$  逐渐增大至  $F_s=3.8$ , 通过 FLAC 3D 数值模拟计算得边坡特征部位的位移变化、塑性区分布和数值计算的收敛性随  $F_s$  的变化规律分别见图 2、图 3 及表 2。

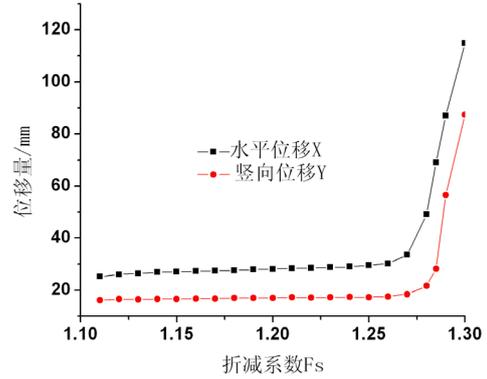


图 2 坡顶水平位移  $x$  与竖向位移  $y$  对折减系数  $F_s$  的曲线关系

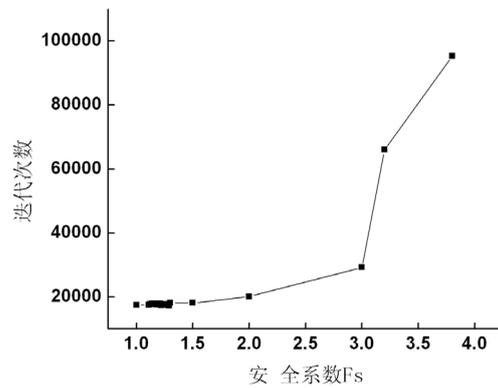


图 3 迭代次数随折减系数变化曲线

表 2 随着强度折减系数  $F_s$  增加, 对应的塑性区特征

$F_s$	塑性区贯通情况
1	坡脚处塑性区范围较小
1.11	范围略有增大
1.13	从坡脚开始向上扩大
.....	.....
1.26	应变值增加, 塑性区增大加剧
1.27	塑性区基本贯通
1.28	塑性区贯通明显
1.29	塑性区贯通明显, 应变值很大
1.3	塑性区贯通明显, 应变值大

本算例若以边坡坡顶的位移突变作为边坡失稳判据, 从计算结果图 2 知, 随着  $F_s$  增加, 坡顶水平和竖向位移曲线呈陡增曲线分布形式, 由位移与折减系数关系曲线的突变性可得边坡安全系数  $F_s$  近似为 1.28。若以塑性区是否贯通作为失稳判据, 由表 2 塑性区分布情况可推断出, 当  $F_s=1.27$  时, 塑性区基本贯通; 当  $F_s=1.28$  时, 塑性区贯通明显, 说明土坡滑移面已经形成并产生塑性流动, 土体已经完全失稳破坏, 由此推出边坡的安全系数  $F_s=1.27$ 。若以数值计算是否收敛作为失稳破坏判据, 当  $F_s=3.8$  时计算仍不收敛, 推

出安全系数  $F_s$  近似为 3.8。

用 Spencer 极限平衡法所求出的  $F_s = 1.27$ ；瑞典圆弧法得出  $F_s = 1.26$ ；简化 Bishop 法得出  $F_s = 1.28$ 。与通过位移突变和塑性区贯通作为失稳判据得出的安全系数误差在 2.3% 之内，说明这两个判据是合理的。而以是否收敛作为失稳判据得出的  $F_s$  明显大于以上三种方法计算得出  $F_s$ 。通过对比分析，得出该算例安全系数在 1.27~1.28 之间。

#### 4 抗滑移支护结构边坡失稳判据讨论

实际工程分析时，在所建模型合理和各种非确定因素得到控制的前提下，强度折减法分析得出即使对土抗剪强度及支护结构的计算参数进行较大折减，仍然能保持数值计算的稳定性，而此时得出的边坡位移与变形已经失真。论文算例计算不收敛得出安全系数远大于其他方法得出的安全系数，证实计算不收敛并不意味着边坡达到极限平衡状态。因此，将数值收敛性作为抗滑桩锚支护结构边坡的唯一失稳判据在此算例中是不合理的。

塑性区逐渐扩大至贯通从而使边坡进入完全塑流状态，无法继续工作的过程为边坡失稳破坏过程。在进行强度折减过程中，受模型参数选取的影响，在坡脚处产生塑性区域时，在边坡的底部或腹部也可能产生塑性应变很小的大片塑性区（如图 4 所示）。此塑性区域随着折减系数的增加而逐渐扩大，有可能先与坡脚处发展起来的塑性区域连通，而此时边坡并未发生位移突变，坡脚与坡顶的塑性区域也没有形成连通区域，边坡并没有发生失稳破坏。所以，将塑性区是否贯通作为唯一判据判定边坡是否失稳破坏，有可能出现失真。

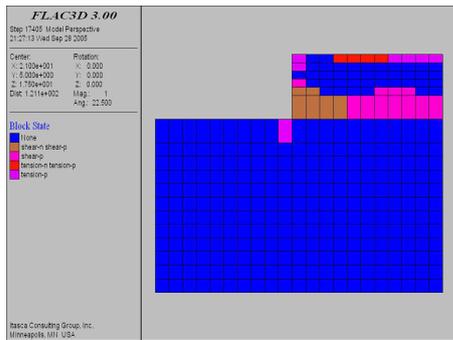


图 4  $F_s = 1.18$  时的塑性区

尽管 flac 3D 数值建模中网格疏密划分、边界范围、剪胀角以及抗拉强度等均会对位移、塑性区发展具有一定的影响。但算例计算结果与极限平衡计算结果表明，边坡极限失稳破坏时，位移突变及塑性区发展贯通基本上是同时发生的。建议在通过拉格朗日有限差分法对边坡临界破坏模拟时，联合采用特征部位突变与塑性贯通作为边坡失稳判据。

#### 5 结论及建议

论文通过有限差分法数值计算进行实例分析，可以得出以下结论：

①运用拉格朗日有限差分法的折减强度理论分析抗滑移桩锚支护边坡稳定性，具有避免极限平衡法需要事先假设滑动面导致的人为假设误差大的优点。

②通过数值模拟特征部位位移突变时和塑性区贯通得出的安全系数与 Spencer 极限平衡法、瑞典圆弧法、简化 Bishop 法计算得出的安全系数相近。说明论文提出的“破坏”状态的判别标准是合适的。

③单独以塑性区贯通作为破坏判断依据，会因为数值模型参数的选取误差，导致判断结果失真。建议联合采用特征点处的位移是否有突变和塑性区是否贯通作为边坡的失稳判据，但此方法在边坡支护结构中的普遍实用性还需进一步印证。

④在抗滑移桩锚支护基坑结构中，有限差分法数值计算不收敛时，边坡已处于破坏状态，因此将数值计算的收敛性作为失稳破坏判据不具有广泛的实用性。

#### 参考文献

- [1] 迟世春,关立军.基于强度折减的拉格朗日差分方法分析土坡稳定性[J].岩土工程学报,2004,26(1):43-46.
- [2] 刘连文,韦立德.强度折减有限元法中锚杆计算模型研究[J].岩土力学,2010(7):31.
- [3] 韦立德,杨春和,高长胜.基于三维强度折减有限元的抗滑桩优化探讨[J].岩土工程学报,2005,27(11):1366-1368.
- [4] 赵尚毅,郑颖人,张玉芳.极限分析有限元法讲座——II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J].岩土力学,2005,26(2):5.
- [5] 吕庆,孙红月,尚岳全.强度折减有限元法中边坡失稳判据的研究[J].浙江大学报,2008,42(1):83-87.
- [6] 方玉树.关于滑坡稳定性在滑坡安全系数取值中的作用讨论[J].中国地质灾害与防治学报,2007,18(3):149-154.